

LAHENDUSED 9. KLASS

1. Vastus: On üks selline lihtmurdude paar: $\frac{5}{22}$ ja $\frac{4}{23}$.

Lahendus:

Vastavalt ülesande tekstile saame kirjutada, et $\frac{203}{506} = \frac{a}{22} + \frac{b}{23}$. Kuna $\frac{a}{22} + \frac{b}{23} = \frac{23a+22b}{506}$, siis $23a + 22b = 203$.

Liidetav $22b$ on kindlasti paarisarv. Et summa oleks paaritu, peab a olema paaritu ning a ei saa olla suurem kui 8.

Seega a saab olla 1, 3, 5 ja 7.

Kui $a = 1$, siis $b = (203 - 23) : 22 = 180 : 22$. Kuna see ei ole täisarv, siis ei oleks tegu lihtmurruga.

Kui $a = 3$, siis $b = (203 - 3 \cdot 23) : 22 = 134 : 22$. Kuna see ei ole täisarv, siis ei oleks tegu lihtmurruga.

Kui $a = 5$, siis $b = (203 - 5 \cdot 23) : 22 = 88 : 22 = 4$.

Kui $a = 7$, siis $b = (203 - 7 \cdot 23) : 22 = 42 : 22$. Kuna see ei ole täisarv, siis ei oleks tegu lihtmurruga.

Hindamine:

Saadud võrdus $23a + 22b = 203$ 2p

Märgitud muutuja või muutujatele kehtivaid piiranguid 1p

Vaadatud läbi kõik piirangutest tulenevad võimalused 4p
7p

Märkus: Antud vaid õige vastus $\frac{5}{22}$ ja $\frac{4}{23}$: 2p.

2. Vastus: Eelmisel kuul tehases mittepraagina väljunud toodetest tagastati sel kuul $3\frac{3}{49}\%$.

Lahendus:

Olgu x toodete arv, mis eelmisel kuul toodeti tehases ning y toodete arv, mis eelmise kuu toodangust sel kuul tagasi saadeti.

Sel juhul saab kirjutada võrduse $0,02x = 0,4y$, millest $y = \frac{0,02x}{0,4} = 0,05x$.

See tähendab, et 5% kogu eelmise kuu toodangust saadeti sel kuul tehasesse tagasi.

Järelikult 3% kogu eelmise kuu toodangust ehk $0,03x$ toodet oli tehases väljudes korras, aga saadeti tagasi.

Et tehases väljudes oli kogu toodangust korras 98% ehk $0,98x$ toodet, siis tuleb leida mitu protsenti moodustab $0,03x$ arvust $0,98x$.

$$\frac{0,03x \cdot 100\%}{0,98x} = \frac{3\%}{0,98} = \frac{300\%}{98} = 3\frac{6}{98}\% = 3\frac{3}{49}\%.$$

Hindamine:

Leitud kui suur osa kogu eelmise kuu toodangust tagastati sel kuul 2p

Leitud kui suure osa eelmise kuu kogu toodangust moodustasid tervena väljunud, aga sel kuul tagastatud tooted 2p

Leitud mitu protsenti tehases tervena väljunud toodetest tagastati (Kui see on leitud siiski ligikaudsena, anda 2p) 3p

Märkus: Ainult vaid õige vastus $3\frac{3}{49}\%$: 2p.

3. Vastus: Nurk NCB on suurusega 38° .

Lahendus:

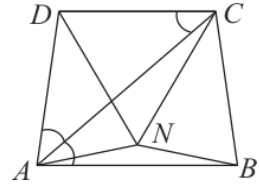
Paneme tähele, et punkt N asub trapetsi aluste AB ja CD keskpunkte ühendaval sirgel. Seega $DN = NC$. Järelikult $DN = NC = CB = AD$.

Kuna $\angle DAB = \angle ABC = 82^\circ$ ja $\angle CAB = 41^\circ$, siis $\angle DAC = 82^\circ - 41^\circ = 41^\circ$.

Kuna nurgad DCA ja CAB on põiknurgad, siis need on võrdsed. Seega $\angle DCA = 41^\circ$.

Järelikult kolmnurk ADC peab olema võrdhaarne. Seega $AD = DC = CB$.

Oleme saanud, et kolmnurk DNC on võrdkülgne. Kuna trapetsi haara lähisnurkade summa on 180° , siis saame, et $\angle NCB = 180^\circ - \angle ABC - \angle DCN = 180^\circ - 82^\circ - 60^\circ = 38^\circ$.



Hindamine:

Näidatud, et kolmnurk ADC (või DBC) on võrdhaarne 2p

Tehtud järeldus, et kolmnurk DNC on võrdkülgne 3p

Leitud nurga NCB suurus 2p

7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p

4. Vastus: a) 8080 b) ei saa

Lahendus:

Kuna neli antud liidetavat peavad olema neljakohalised arvud, siis R, N ja K ei saa olla 0, aga number 0 saab vastata kas tähele U, A või O.

Summa KURU + NORA + RAKU + RUNO saame kirjutada

$$\begin{aligned} & (1000 \cdot K + 100 \cdot U + 10 \cdot R + U) + (1000 \cdot N + 100 \cdot O + 10 \cdot R + A) + \\ & \quad + (1000 \cdot R + 100 \cdot A + 10 \cdot K + U) + (1000 \cdot R + 100 \cdot U + 10 \cdot N + O) = \\ & = 1010 \cdot K + 2 \cdot 101 \cdot U + 1010 \cdot N + 101 \cdot A + 2 \cdot 1010 \cdot R + 101 \cdot O = \\ & = 101(10 \cdot K + 2 \cdot U + 10 \cdot N + A + 20 \cdot R + O). \end{aligned}$$

a) Et summa $101(10 \cdot K + 2 \cdot U + 10 \cdot N + A + 20 \cdot R + O)$ oleks arvu 10 kordne peab tegur $10 \cdot K + 2 \cdot U + 10 \cdot N + A + 20 \cdot R + O$ olema arvu 10 kordne, sest teine tegur 101 on algarv. Kuna $10 \cdot K + 10 \cdot N + 20 \cdot R$ on arvu 10 kordne, siis ka summa $2 \cdot U + A + O$ peab olema arvu 10 kordne.

Et summa $10 \cdot K + 10 \cdot N + 20 \cdot R$ oleks võimalikult väike, peab $K = 2, N = 3, R = 1$ või $K = 3, N = 2, R = 1$.

Et summa $2 \cdot U + A + O$ oleks võimalikult väike, siis selle summa vähim võimalik väärtus on 10. Selle saame, kui $U = 0$ ning tähtedele A ja O vastavate numbrite summa on 10

Saame, et $U = 0, A = 4$ ja $O = 6$ või $U = 0, A = 6$ ja $O = 4$.

Järelikult summa $10 \cdot K + 2 \cdot U + 10 \cdot N + A + 20 \cdot R + O$ vähim võimalik arvu 10 kordne summa on $10 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 10 \cdot 3 + 4 + 20 \cdot 1 + 6 = 80$.

Seega $101(10 \cdot K + 2 \cdot U + 10 \cdot N + A + 20 \cdot R + O) = 101 \cdot 80 = 8080$.

b) Kuna summa KURU + NORA + RAKU + RUNO avaldub kujul

$101(10 \cdot K + U + 10 \cdot N + A + 20 \cdot R + O)$, kus üheks teguriks on algarv 101 ja teine on kindlasti suurem kui 1, siis selle väärtus ei saa olla algarv, sest kindlasti jagub arvuga 101.

Hindamine:

Kasutatud liidetavate kirjutamist arvu 10 astmete summana 1p

Saadud avaldis, mis näitab, et see summa on alati arvu 101 kordne 2p

a) Pandud tähele/kasutatud, et R, N ja K ei saa olla 0 1p

Näidatud tähtede asendamine numbritega ($R = 1$ ning tähtedele K ja N vastavad numbrid 2 ja 3 ning et $U = 0$ ja tähtedele A ja O vastavad numbrid 4 ja 6), et saada vähim võimalik arvu 10 kordne 2p

b) näidatud, et see ei saa olla algarv 1p
7p

Märkus: Antud vaid a) osa õige vastus: 1p. Antud vaid b) osa õige vastus: 1p

5. Vastus: Tõerääkijate suurim võimalik arv nende seas on 1011.

Lahendus:

Paneme tähele, et kaks tõerääkijat ei saa seista kõrvuti, sest sel juhul ei saaks nad mõlemad öelda, et neil on rohkem sõpru kui tema kõrval seisval isikul. Seega tõerääkijate arv ei saa olla suurem poolest ringjoonel seisvate isikute koguarvust. Kuna ringjoonel on 2023 isikut, siis tõerääkijate suurim võimalik arv on 1011. Selline olukord on võimalik. Näiteks kõik tõerääkijad on nn paarisarvuliste järjekorranumbritega kohtadel ja nad kõik on omavahel sõbrad ning keegi neist ei sõbrusta ühegi valetajaga.

Hindamine:

Tähelepanek, et kaks tõerääkijat ei saa olla kõrvuti	2p
Järeldus, et neid ei saa olla rohkem kui pooled	2p
Tähelepanek, et isikute koguarv on paaritu ja seega valetajaid peab olema vähemalt ühe võrra rohkem	1p
Näidatud, et tõerääkijaid saab olla 1011	<u>2p</u>
	7p

Märkus: Antud vaid õige vastus: 2p